YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MAKİNE FAKÜLTESİ / MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

Ders: MKT3841 Sayısal Yöntemler Gr1	**Tarih:** 20.11.2025 **Süre:** 80 dakika	
Sınav Tipi: Ara Sınav	**Course Instructor:** Prof.Dr. Cüneyt Yılmaz	
Öğrenci Numarası : ÇÖZÜMLER	**Öğrenci Adı-Soyadı:**	**Öğrenci İmzası:**

Soru 1) [34 Puan] Tablodaki veri seti bir sensör kalibrasyonundan elde edilmiştir. Buna göre,

x	0	0.5	1
y	-5.5	-0.5	4

a) Lineer eğri uydurmayı yapın.

b) Bu eğri uydurmanın mutlak ve bağıl hatalarını her nokta için ayrı ayrı hesaplayın ve en büyük olanları belirtin?

Çözümlerinizi derslerimizde belirtildiği gibi tablolarda gösterin. Mevcut olan yerlerde 3 ondalık basamak kullanarak çalışın.

(a) Do linear curve fitting. (b) Show absolute and relative errors for each points separately, and indicate the maximum ones? Show your solutions in tables as indicated in our lectures. Work with at least 3 decimal points where available.

Hatırlatma: For $y=a+bx$, $b = \frac{\sum x_i y_i - \bar{x}\sum y_i}{\sum x_i^2 - \bar{x}\sum x_i}$.

Çözüm 1) **a)** $b = \frac{\sum x_i y_i - \bar{x}\sum y_i}{\sum x_i^2 - \bar{x}\sum x_i}$ and $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$

				Σ	***Ortalama***
x_i	0	0.5	1	1.5	0.5
y_i	-5.5	-0.5	4	-2	-0.667
$x_i y_i$	0	-0.25	4	3.75	
x_i^2	0	0.25	1	1.25	

Ortalama $\bar{x} = \frac{1}{3}\sum x_i = \frac{1.5}{3} = 0.5$

Ortalama $\bar{y} = \frac{1}{3}\sum y_i = -\frac{2}{3} = -0.667$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \bar{x}\sum y_i}{\sum x_i^2 - \bar{x}\sum x_i} = \frac{3.75 - 0.5 \cdot (-2)}{1.25 - 0.5 \cdot 1.5} = \mathbf{9.5}$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = (-0.667) - 9.5 \cdot 0.5 = \mathbf{-5.417}$$

Böylece, $\mathbf{y = -5.417 + 9.5 \cdot x}$

b)

y	-5.5	-0.5	4
$\hat{y}$ ***(hesaplanan)***	-5.417	-0.667	4.083
Mutlak Hata $= (y - \hat{y})$	-0.083	**0.167**	-0.083
Bağıl Hata $= (y - \hat{y})/y$	0.015	**-0.333**	-0.021

tonozdayim.com/@NicheEnjoyer67

Soru 2) **[33 Puan]** Aşağıdaki tabloda yer alan otonom bir araç veri setini göz önüne alın. Aşağıda verilen formül tablolarından uygun olanını kullanarak, t=0 saniyesindeki ivmeyi mümkün olduğunca doğru bir şekilde hesaplayın. En az 3 ondalık basamak kullanın.

t (saniye)	0.000	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600
x (metre)	0.000	0.800	1.400	3.000	7.500	10.000	20.000

	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
$2hf'(x)$		−1	0	1	
$h^2 f''(x)$		1	−2	1	
$2h^3 f'''(x)$	−1	2	0	−2	1
$h^4 f^{(4)}(x)$	1	−4	6	−4	1

Coefficients of central finite difference approximations of $\mathcal{O}(h^2)$

$$G = \frac{2^p g(h_1/2) - g(h_1)}{2^p - 1}$$

Consider the data set in the given table for an autonomous vehicle. Compute the acceleration at t=0 second as accurately as possible by using the proper formula table from the given ones. Work with at least 3 decimal places.

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$
$2hf'(x)$	−3	4	−1			
$h^2 f''(x)$	2	−5	4	−1		
$2h^3 f'''(x)$	−5	18	−24	14	−3	
$h^4 f^{(4)}(x)$	3	−14	26	−24	11	−2

Coefficients of forward finite difference approximations of $\mathcal{O}(h^2)$

	$f(x-5h)$	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$2hf'(x)$				1	−4	3
$h^2 f''(x)$			−1	4	−5	2
$2h^3 f'''(x)$		3	−14	24	−18	5
$h^4 f^{(4)}(x)$	−2	11	−24	26	−14	3

Coefficients of backward finite difference approximations of $\mathcal{O}(h^2)$

Çözüm 2) Veri setindeki ilk nokta olduğundan, ileri sonlu fark yaklaşımı kullanılmalıdır:

$$f''(x) = \frac{1}{h^2}[2\,f(x) - 5\,f(x+h) + 4\,f(x+2h) - f(x+3h)]$$

$$p = 2$$

h=0.1 ve h=0.2 s uygulamak için yeterli veri noktası olduğundan Richardson Ekstrapolasyon yöntemini kullanabiliriz.

$$g(0.1) = \frac{1}{0.100^2}[2\cdot(0.000) - 5\cdot(0.800) + 4\cdot(1.400) - (3.000)] = -140\ m/s^2$$

$$g(0.2) = \frac{1}{0.200^2}[2\cdot(0.000) - 5\cdot(1.400) + 4\cdot(7.500) - (20.000)] = 75\ m/s^2$$

$$G = \frac{2^2\cdot(-140) - 75}{2^2 - 1} = \mathbf{-211.667}\ m/s^2$$

tonozdayim.com/@NicheEnjoyer67

Soru 3) [33 Puan] Aşağıda verilen veriler için polinom interpolasyonunu yapın ve doğrulayın.

x	0	2	4
y	10	20	40

$$P_m(x) = a_0 + a_m \prod_{j=1}^{m} (x - x_j)$$

m=0 to n−1

Dikkat: Elde ettiğiniz sonuç polinom formunda olmalıdır.

Do the polynomial interpolation for the given data, and verify it. Attn: What you obtain should be in the polynomial form.

Çözüm 3)

$P_0(x) = a_0$

$P_1(x) = a_0 + a_1(x - x_1)$

$P_2(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_1)(x - x_2)$

$P_0(x_1) = y_1 = a_0 \quad \rightarrow \quad a_0 = 10$

$P_1(x_2) = a_0 + a_1(x_2 - x_1) = y_2 \quad \rightarrow \quad 10 + a_1(2 - 0) = 20 \quad \rightarrow \quad a_1 = (20 - 10)/2 = 5$

$P_2(x_3) = a_0 + a_1(x_3 - x_1) + a_2(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) = y_3 \quad \rightarrow \quad 10 + 5\,(4 - 0) + a_2(4 - 0)(4 - 2) = 40$

$\rightarrow \quad a_2 = (40 - 10 - 20)/8 = 1.25$

$$y(x) = P_2(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y(x) = 10 + 5\,(x - 0) + 1.25\,(x - 0)(x - 2)$$

$$y(x) = 1.25\,x^2 + (5 - 1.25 \cdot 2)x + 10$$

$$\boldsymbol{y(x) = 1.25\,x^2 + 2.5\,x + 10}$$

Doğrulama:

$$y(0) = 1.25 \cdot\ 0^2 + 2.5 \cdot 0 + 10 = 10 \quad \surd$$

$$y(2) = 1.25 \cdot\ 2^2 + 2.5 \cdot 2 + 10 = 20 \quad \surd$$

$$y(4) = 1.25 \cdot\ 4^2 + 2.5 \cdot 4 + 10 = 40 \quad \surd$$

tonozdayim.com/@NicheEnjoyer67