MAT 1071-MATEMATİK I 1. ARA SINAVI — A

Ad Soyad:	Süre: 110 dk.
Öğrenci No:	Tarih: 16.11.2024
Bölüm:	İmza:

UYARI: 2547 sayılı **Yükseköğretim Kanunu**'nun 54üncü maddesi ve bu maddeye dayanılarak hazırlanan **"Yükseköğretim Kurumları Öğrenci Disiplin Yönetmeliği"**nin 7/e maddesinde geçen *"Sınavlarda kopya çekmek veya çektirmek,"* ve 8/d maddesinde geçen *"Sınavlarda tehditle kopya çekmek, kopya çeken öğrencilerin sınav salonundan çıkarılmasına engel olmak, kendi yerine başkasını sınava sokmak veya başkasının yerine sınava girmek,"* hükümlerinde geçen fiilleri işleyenler hakkında açılacak disiplin soruşturmasında **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası verilir.

1. $f(x)=\sqrt{\ln(1+x-x^2)}+\arcsin\frac{2x}{2-x}$ ile verilen f fonksiyonunun (en geniş) tanım kümesi aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) $3<x\le 5$ B) $-1<x\le\frac{1}{2}$ C) $0\le x\le\frac{2}{3}$
D) $1<x\le 3$ E) $6\le x\le 10$

$\ln(1+x-x^2)\ge 0 \Rightarrow 1+x-x^2\ge 1$

$x(1-x)\ge 0$

$x=0;\ x\ge 1$

$-1\le\frac{2x}{2-x}\le 1 \Rightarrow$ $2x\le 1-x$, $3x\le 1$, $x\le\frac{3}{2}$; $-2+x\le 2x$, $-2\le x$

$[0,1]\cap[-2,\frac{3}{2}]=[0,3/2]$

2. $\lim_{x\to\infty} 2^{x\cdot(\sqrt{1+x^2}-x)}$ limitinin sonucu aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) 1 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 2

$\lim_{x\to\infty} 2^{x(\sqrt{1+x^2}-x)}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{x(1+x^2-x^2)}{\sqrt{1+x^2}+x}=2$

$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1)}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

3. Eğer $\lim_{x\to 0}(ax+b\cos x)^{3/x}=e^3$ ise, $a,b\in\mathbb{R}$ sayılarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 0 E) 1

$\lim_{x\to 0}\left[1+(b\cos x+ax-1)\right]^{\frac{1}{b\cos x+ax-1}\cdot\frac{(b\cos x+ax-1)3}{x}}$

$b\cos x+ax-1=0 \Rightarrow b=1$

$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+ax-1}{x}\overset{L}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x+a}{1}=1$ olmalı

$a=1$

4. f fonksiyonu sürekli türevlenebilir ve $\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-7}{(x-4)^2}=5$ ise, $\lim_{x\to 4}[f(x)+f'(x)]$ limitinin sonucu aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) 6 B) 7 C) 5 D) 4 E) 0

$f(4)-7=0 \Rightarrow f(4)=7$

$\overset{L}{=}\lim_{x\to 4}\frac{f'(x)}{2(x-4)} \Rightarrow f'(4)=0$

$\lim_{x\to 4}[f(x)+f'(x)]=f(4)+f'(4)=7$

5. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1}, & x>0\\ 0, & x=0\\ \frac{\ln(1+2x^2)}{x\cdot\sin x}, & x<0\end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ daki süreklilik durumu aşağıdaki şıklardan hangisinde doğru verilmiştir?

A) soldan sürekli B) sürekli C) sıçramalı süreksiz
D) sağdan sürekli E) kaldırılabilir süreksiz

$\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\sqrt{1+x}-1}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x(\sqrt{1+x}+1)}{x}=2\neq 0$

$\lim_{x\to 0^-}\frac{\ln(1+2x^2)}{x\sin x}\cdot\frac{x}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\ln(1+2x^2)^{1/x^2}\cdot x}{\sin x}$

$=\lim_{x\to 0^-}\ln\left[(1+2x^2)^{\frac{1}{2x^2}}\right]^2\cdot\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{\sin x}$

$=\ln e^2\cdot 1=2\neq 0$

tonozdayim.com/@Zedeleyici31

6. Sürekli bir $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ fonksiyonu $x\neq 0$ için

$$f(x)=\frac{\sin x-\cos x-x+1}{x^2}$$

ile tanımlanıyor. Eğer mevcut ise, $f(0)$ değeri aşağıdaki şıklardan hangisindedir?

A) Yok B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-\cos x-x+1}{x^2}=f(0)$$

$$\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+\sin x-1}{2x}$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x-1}{x}+\frac{\sin x}{x}\right)=\frac{1}{2}(0+1)$$

$$=\frac{1}{2}$$

7. $\lim_{x\to\infty}\left[\arctan\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)-\arcsin\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right]$ limitinin sonucu aşağıdaki şıklardan hangisindedir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{3}$ D) π E) $\frac{2\pi}{3}$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\arctan(x-1)-\arcsin\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right]$$

$$=\arctan(\infty)-\arcsin(-1)$$

$$=\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\pi$$

8. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(x^2-1)}{x-1}, & x<1\\ \frac{x^2+3}{2}, & x\geq 1\end{cases}$ fonksiyonu için eğer mevcut ise, $f'(1)$ değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) Yok

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{\frac{\sin[(1+h)^2-1]}{1+h-1}-2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0^-}\frac{\sin(h^2+2h)-2h}{h^2}$$

9. Eğer varsa, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\sin x, & x>0\\ x+\cos x, & x\leq 0\end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ daki türevi aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) 1 B) Yok C) -1 D) 2 E) 3

$\lim_{x\to 0^+}\sin x=0\neq 1$ $\quad f(0)=1$

sürekli değil.

10. $f:D(f)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+3x}{x-1}$ fonksiyonunun yerel minimum ve maksimum değerleri aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) 9 min.; 1 maks. B) 1 min.; 9 maks. C) Yok
D) 0 min.; 2 maks. E) 2 min.; 1 maks.

$$f'(x)=\frac{(2x+3)(x-1)-x^2-3x}{(x-1)^2}$$

$$=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0$$

$x^2-2x-3=0$ $\quad x=3,\ x=-1$

$-3\cdot 1$

x	$-\infty$		-1		1		3	
f'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$
f	↗		y.max	↘		↘	y.mih	↗

$f(-1)=1$ $\quad f(3)=9$

11. $f:[3,\infty)\to[0,\infty)$, $f(x)=\sqrt{x^2-3x}$ fonksiyonu için $(f^{-1})'(2)$ değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) $\frac{4}{5}$ D) 7 E) $\frac{4}{7}$

$$f'(x)=\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}\Bigg|_{x=4}=\frac{5}{2\sqrt{16-12}}=\frac{5}{4}$$

$2=\sqrt{y^2-3y}\Rightarrow 4=y^2-3y$

$y^2-3y-4=0$ $\quad y=4$ $\quad y\neq -1$

$-4\cdot 1$

$$(f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(4)}=\frac{4}{5}$$

tonozdayim.com/@Zedeleyici31

12. Eğer türevlenebilir bir f fonksiyonu için $f(0) = 1$ ve her $x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) \le 5$ ise, $f(4)$ ün mümkün olan en büyük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 27 (B) 21 C) 19 D) 32 E) 11

[0,4] ODT

$\frac{f(4)-1}{4} = f'(c)$

$f(4) = 1 + 4f'(c) \le 1 + 4.5 = 21$

13. $f: D(f) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 \cdot e^{-x}}{x^2+1}$ fonksiyonunun artan olduğu aralık(lar) aşağıdaki şıklardan hangisinde kesin doğru verilmiştir?

(A) (0,1) B) $(-\infty, 0)$ ve $(2, \infty)$ C) (3,7)
D) (1,3) E) $(-\infty, 1)$ ve $(1, \infty)$

$f'(x) = \frac{(2xe^{-x} - x^2e^{-x})(x^2+1) - 2x \cdot x^2e^{-x}}{(x^2+1)^2}$

$= \frac{2xe^{-x} - x^3e^{-x} - x^2e^{-x}}{(x^2+1)^2} = \frac{(2x - x^2 - x^3)e^{-x}}{(x^2+1)^2}$

$2x - x^2 - x^4 = 0$
$x(2 - x - x^3) = 0$
$x = 0$

$-x^3 - x + 2 = 0$
$x = 1$

14. Eğer $f: D(f) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ ise, aşağıdaki bilgilerden hangisi veya hangileri yanlıştır?

I. $D(f) = (-\infty, 1] \cup [3, \infty)$.
II. Eğrinin yatay asimptotu $y = 2$ doğrusudur.
III. Eğrinin eğik asimptotu $y = 2x - 2$ doğrusudur.

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III (E) Hepsi doğru

5.13 un devamı

$-x^3 - x + 2 \mid x - 1$
$\pm x^3 \mp x^2 \quad -x^2 - x - 2$
$-x^2 - x + 2$
$\pm x^2 \mp x$
$-2x + 2$
$-2x + 2$
0

$-x^2 - x - 2 = 0$
$x^2 + x + 2 = 0$
$\Delta = 1 - 8 < 0$
reel kök yok.

x	$-\infty$		0		1		∞
f'		−	0	+	0	−	
f		↘		↗		↘	

(0,1)

15. $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(1+x) - \ln x}{\sqrt{1+x^2} - x}$ limitinin sonucu aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) 1 B) 0 C) −1 (D) 2 E) Yok

$\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})(\sqrt{1+x^2} + x)}{1}$

$\lim_{x \to \infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1\right)\right)$

$= \ln \lim_{x \to \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right]^{\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1\right) \to 2}$

$= \ln e^2 = 2$

16. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos\sqrt{x}}{\sin x}, & x > 0 \\ k, & x \le 0 \end{cases}$ fonksiyonunun $x = 0$ da sürekli olması için k reel sayısı ne olmalıdır?

(A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) 0

$\lim_{x \to 0^+} \frac{(1 - \cos\sqrt{x}) \cdot x}{x \cdot \sin x} = k$ olmalı

$= \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \frac{1 - \cos\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2} \cdot \frac{1}{2}$

$= 1 \cdot \frac{1}{2} = k$

17. y, x in bir fonksiyonu olmak üzere, $x^2 + 2\sin y = x^y$ eğrisine x-eksenini kesecek şekilde normal olan doğru için bir denklem aşağıdaki şıklardan hangisindedir?

A) $y = 2(1 - x)$ (B) $y = x - 1$ C) $y = \ln x$
D) $y = 0$ E) $y = x^2 - 1$

$\ln(x^2 + 2\sin y) = y \ln x$

$\frac{2x + 2y'\cos y}{x^2 + 2\sin y} = y' \ln x + \frac{y}{x}$

$(x, 0)$ eğrisi üz. $\Rightarrow$ $x^2 + 2\sin 0 = x^0$
$x^2 = 1$ $\boxed{x = 1}$
$(\ln x$ için $x \neq -1)$

$(1,0)$ $\frac{2 + 2y'\cos 0}{1^2 + 2\sin 0} = y' \ln 1 + \frac{0}{1}$

$2 + 2y' = 0$
$y' = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{y'} = 1$
$y = 1(x - 1) + 0 \Rightarrow y = x - 1$

tonozdayim.com/@Zedeleyici31

18. Eğer a ve b, iki reel sayı ve $\lim_{x\to 0}\left(a+\frac{b}{x^2}-\frac{\sin x}{x^3}\right)=\frac{1}{6}$ ise, $a+b$ toplamı aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) 0 B) 3 C) 2 D) 4 E) 1

$b-\cos x=0$ olmalı

$\cos 0=1$

$b=1$

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{ax^3+bx-\sin x}{x^3}\right)\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 0}\left(\frac{3ax^2+b-\cos x}{3x^2}\right)$

$\overset{L}{=}\lim_{x\to 0}\left(\frac{6ax+\sin x}{6x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(a+\frac{\sin x}{6x}\right)=\frac{1}{6}$

$a=0$

$a+b=1$

19. Sürekli pozitif değerli f fonksiyonu için $\lim_{x\to 0} f(x)=0$ ve $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{f(x)}}{x^2}=1$ ise, $\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin f(x)}{x^2\cdot\sqrt{f(x)}}$ limiti aşağıdaki şıklardan hangisindedir?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) 1 D) 2 E) Yok

$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin(f(x))}{x^2\sqrt{f(x)}}\cdot\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{f(x)}}$

$=\lim_{x\to 0}\underbrace{\frac{\arcsin(f(x))}{f(x)}}_{=1}\cdot\underbrace{\frac{\sqrt{f(x)}}{x^2}}_{1}=1$

20. Eğer $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}+\ln(e+x^2), & x\geq 0\\ \frac{\sin(e^x-1)}{x}, & x<0\end{cases}$ eğrisinin $P(0,1)$ noktasında eğimi varsa, bu noktadaki teğet doğrunun denklemi aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

A) $y=1-x$ B) $y=x^2+1$ C) $y=1-2x$ D) $y=1+\frac{x}{2}$ E) Yok

$f'(x)=\left(\frac{1}{2}+\frac{2x}{e+x^2}\right)\Big|_{x=0}=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}(x-0)+1=\frac{x}{2}+1$

tonozdayim.com/@Zedeleyici31