YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi Final Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu				
		1.S-2.S	3.S-4.S	5.S-6.S	7.S-8.S	Σ
Adı Soyadı						
Numarası						
Bölümü		Grup No		Tarih	23.12.2019	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I		Süre	100 dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi				İmza		

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.) $y = \int_{-2}^{x} \sqrt{3t^2-1}\,dt$ ile tanımlı $y = f(x)$ eğrisinin $-2 \le x \le -1$ aralığındaki uzunluğunu hesaplayınız.

(10P)

$$L = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx \quad (1)$$

$$f'(x) = \sqrt{3x^2-1} \quad (2)$$

$$1+(f'(x))^2 = 1+3x^2-1 = 3x^2$$

$$L = \overset{(1)}{\int_{(1)-2}^{-1}} \sqrt{3x^2}\,dx \;(1) = \sqrt{3}\int_{-2}^{-1} |x|\,dx \;(2) = \sqrt{3}\int_{-2}^{-1} -x\,dx \;(1) = \sqrt{3}\left(\frac{-x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^{-1}$$

$$L = \sqrt{3}\left(-\frac{1}{2}+2\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ br \;(1)$$

2.) $f(x) = x^3+ax^2+bx+c$ fonksiyonu $x=3$ noktasında minimum, $x=-1$ noktasında maksimum değer almaktadır. $f(-1)=7$ olduğuna göre a, b, c sayılarını bulunuz. **(10P)**

$$f'(x) = 3x^2+2ax+b \quad (2)$$

$$f'(3) = 0\ (1) \Rightarrow 27+6a+b = 0\ (1) \Rightarrow 6a+b = -27$$

$$f'(-1) = 0\ (1) \Rightarrow 3-2a+b = 0\ (1) \Rightarrow -2a+b = -3$$

$$\boxed{a=-3}\ (1) \qquad \boxed{b=-9}\ (1)$$

$$f(x) = x^3-3x^2-9x+c \quad (1)$$

$$f(-1) = 7 \Rightarrow -1-3+9+c = 7$$

$$\Rightarrow \boxed{c=2}\ (1)$$

Scanned with CamScanner

3.) $\int \cos x \cdot \ln(\cos x)\, dx$ integralini hesaplayınız. **(14P)**

$u = \ln(\cos x)$ ① $\quad dv = \cos x\, dx$ ①

$du = -\frac{\sin x}{\cos x} dx$ ① $\quad v = \sin x$ ①

$$\int \cos x.\ln(\cos x)\, dx = \sin x.\ln(\cos x) + \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx \quad (①, ①)$$

$$= \sin x.\ln(\cos x) + \int \frac{(1-\cos^2 x)}{\cos x} dx \quad (②)$$

$$= \sin x.\ln(\cos x) + \int \frac{dx}{\cos x} - \int \cos x\, dx \quad (①, ①)$$

$$= \sin x.\ln(\cos x) + \ln|\sec x + \tan x| - \sin x + c \quad (②, ①, ①)$$

4.) $\int_{-1}^{0} \frac{dx}{(x+1)^{3/5}}$ integralini hesaplayınız. **(11P)**

$$\int_{-1}^{0} \frac{dx}{(x+1)^{3/5}} = \lim_{c\to -1^+} \int_{c}^{0} \frac{dx}{(x+1)^{3/5}} \quad ⑥$$

$x+1 = u$ ①* $\quad x = c \Rightarrow u = c+1$ ①*

$dx = du$ ①* $\quad x = 0 \Rightarrow u = 1$

$$= \lim_{c\to -1^+} \int_{c+1}^{1} u^{-3/5}\, du = \lim_{c\to -1^+} \left(\frac{5}{2}.u^{2/5}\right)\Big|_{c+1}^{1} \quad (①*)$$

$$= \lim_{c\to -1^+} \frac{5}{2}\left(1 - (c+1)^{2/5}\right) = \frac{5}{2} \quad (①, ①*)$$

//

Improper olduğunu görmeden belirli integral gibi çözüp doğru sonuç bulana → Toplam 4 puan

(*'ların puanları)

Başarılar...

Scanned with CamScanner

5.) $\int \frac{x^2+5}{x\left(x^2+2x+5\right)}\,dx$ integralini hesaplayınız. **(13P)**

$$\frac{x^2+5}{x(x^2+2x+5)} = \underset{(x^2+2x+5)}{\frac{A}{x}}\ ① + \underset{(x)}{\frac{Bx+C}{x^2+2x+5}}\ ①$$

$$x^2+5 = (A+B)x^2+(2A+C)x+5A \ ①$$

$$\left.\begin{array}{r} A+B=1 \\ 2A+C=0 \\ 5A=5 \end{array}\right] \begin{array}{l} A=1\ ① \\ B=0\ ① \\ C=-2\ ① \end{array}$$

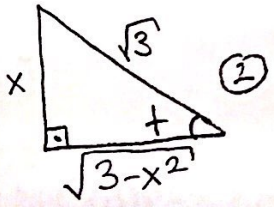
$$\int \frac{x^2+5}{x(x^2+2x+5)} = \int \left[\frac{1}{x}\ ① + \frac{-2}{(x+1)^2+4}\ ①\right] dx$$

$$= \underset{①}{\ln|x|} - 2\cdot\frac{1}{2}\underset{③}{\arctan\frac{(x+1)}{2}} + C\ ① \ //$$

6.) $\int \frac{x^2}{\left(3-x^2\right)^{3/2}}\,dx$ integralini hesaplayınız. **(12P)**

$x = \sqrt{3}\sin t$ ①

$dx = \sqrt{3}\cos t\,dt$ ①



②

$$= \int \frac{3\sin^2 t}{3\sqrt{3}(1-\sin^2 t)^{3/2}} \cdot \sqrt{3}\cos t\,dt$$

$$= \int \frac{\sin^2 t \cdot \cos t}{\cos^3 t}\ ① dt = \int \underset{①}{\tan^2 t}\,dt$$

$$= \int \underset{②}{(\sec^2 t - 1)}\,dt = \underset{①}{\tan t - t} + C$$

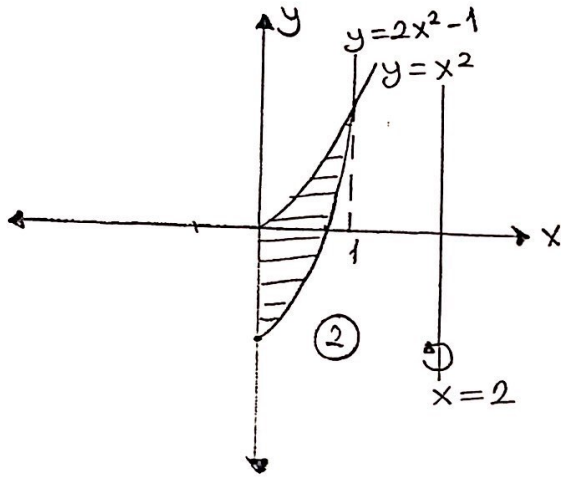
$$= \underset{①}{\frac{x}{\sqrt{3-x^2}}} - \underset{①}{\arcsin\frac{x}{\sqrt{3}}} + C\ ① \ //$$

Scanned with CamScanner

7.) $y = 2x^2 - 1$, $y = x^2$, $y -$ ekseni, $x \geq 0$ ile sınırlı D bölgesini çiziniz.

a) D bölgesinin alanını veren belirli integrali yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

b) D bölgesinin x=2 doğrusu etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali **Kabuk Yöntemiyle** yazınız. (İntegrali hesaplamayınız) **(13P)**



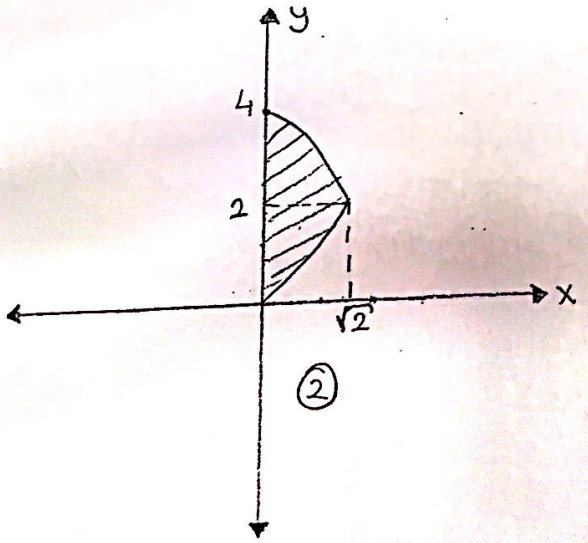
a) $A = \int_0^1 \left[x^2 - (2x^2 - 1)\right] dx$ (1) (1) (1) (1)

b) $V = 2\pi \int_0^1 (2 - x)(x^2 - 2x^2 + 1)\, dx$ (1) (1) (2) (2) (1)

8.) $x = \sqrt{4 - y}$, $x = \sqrt{y}$, $x = 0$ ile sınırlı R bölgesini çiziniz.

a) R bölgesinin y-ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali **Disk Yöntemiyle** yazınız. (İntegrali hesaplamayınız)

b) R bölgesinin x-ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmini veren belirli integrali **Pul Yöntemiyle** yazınız. (İntegrali hesaplamayınız) **(17P)**



a) $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{y})^2 dy + \pi \int_2^4 (\sqrt{4 - y})^2 dy$ (1) (1) (2) (1) (2) (1)

b) $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left[(4 - x^2)^2 - (x^2)^2\right] dx$ (1) (2) (2) (1)

Başarılar...

Scanned with CamScanner